第四次作业——研究指数衰变

摘要

本次作业以放射性衰变为背景，使用欧拉法解常微分方程，并与解析结果进行比较。

背景介绍

形如

dN(t)/dt=-aN(t)

的微分方程可以描述指数衰变过程。由于这种常微分方程形式简单且存在解析解，我们可以对比数值解（即欧拉方法得到的解）与解析解，从而检验欧拉法的可靠性。

正文

1. 欧拉法解常微分方程

作为一种近似方法，欧拉法假设在微小时间间隔dt内（这里我们将t看做时间），N为常量，不随时间变化。那么，上式可以近似为

N(t+dt)-N(t)~=-aN(t)dt

N(t+dt)~=N(t)-aN(t)dt

如果N—t图像是一条曲线的话，欧拉法可以理解为在曲线上每隔一小段距离取一点，做一条短线段，用一个“阶梯状”的图形来近似原来的曲线。

2. 具体应用——放射元素的衰变

dN(t)/dt=-N(t)/tau

其中，N表示核子个数，tau是元素的衰变时间常数，表示风射性元素衰变到原来含量的的1/e所需要的时间。我们使用欧拉法解此方程：

N(t+dt)~=N(t)-(N(t)dt)/tau

我们将tau设为1，令N(t=0)=2000，将时间间隔设为0.01s。得到的结果为

除此以外，我还两类核子的相互衰变（或者说相互转化）问题，这个问题由方程

dN\_A(t)/dt=N\_B(t)/tau-N\_A(t)/tau

dN\_B(t)/dt=N\_A(t)/tau-N\_B(t)/tau

描述，角标A，B分别表示A类B类核子。使用欧拉法得到的结果为

结论

研究指数衰变问题时，欧拉法很一个可靠的解微分方程的数值方法。